УДК 626:8:624.131.6

К ВОПРОСУ О МЕТОДИКЕ РАСЧЕТА ПОРИСТОСТИ ПОЧВОГРУНТОВ

К.К. Жибуртович, М.М. Жишкевич, В.Н. Еднач, П.В. Авраменко
Белорусский государственный аграрный технический университет, г. Минск, Беларусь

Повышение надежности мелиоративных систем – одна из наиболее актуальных задач, выдвинутых современной мелиоративной наукой. Дальнейший прогресс в деле повышения эффективности земледелия на мелиорированных землях в значительной мере определяется точностью и надежностью прогнозов изменения уровней грунтовых вод. Общеизвестно, что даже незначительное отклонение глубин стояния вод от оптимальных неизбежно приводит к существенному снижению урожайности сельскохозяйственных культур, что в свою очередь, предъявляет высокие требования к точности определения водно-физических свойств грунтов, в том числе и пористости грунтов.

Грунты, образующие водоносные пласты, обычно представляют собой пористую среду, состоящую из отдельных минеральных частиц. Эти частицы неплотно прилегают друг к другу, вследствие чего между ними образуются пустоты, называемые порами или поровыми каналами.

Пористость грунта, порозность грунта, скважность грунта – суммарный объем всех пор в грунте. Величина пористости выражается в долях единицы, или в процентах. Общий объем всех пустот в единице грунта называют общей пористостью. Опытное определение величины пористости проводится редко и только для однородного крупнозернистого материала [1]. Обычно пористость вычисляется по формуле, в которую входят величины плотности частиц грунта и плотности сложения сухого грунта:

$$n = 1 - \frac{\rho_d}{\rho_S} \text{ (в долях единицы)}, \qquad (1)$$

$$n = (1 - \frac{\rho_d}{\rho_S}) * 100 \text{ (в процентах)}, \qquad (2)$$

где n – пористость,

ρ_d – плотность сложения сухого грунта, г/см^3,

ρ_S – плотность частиц грунта, г/см^3.

Пористость удобно иногда выражать через коэффициент пористости, который равен отношению объема всех пор грунта к объему твердой части:

$$e = \frac{n}{1-n} = \frac{\rho_S - \rho_d}{\rho_S}, \qquad (3)$$

где е – коэффициент пористости, выраженный в долях единицы.

Величина пористости грунтов зависит от размера, формы и характера расположения частиц, слагающих грунт. Общая пористость мелкозернистых грунтов обычно больше, чем крупнозернистых.

Не останавливаясь на анализе подобного рода формул, необходимо отметить, что большинство из них следует признать достоверными и пригодными для расчетов. Однако, отсутствие статистических критериев по оценке точности результата полученных по данным формулам, делает их неприменимыми для прогнозных расчетов влажности почвогрунтов и, как следствие, расчетов изменения водного режима мелиорированных земель.

Применение методов планирования и анализа многофакторного эксперимента, для экспериментального определения пористости грунтов, позволило получить математические зависимости для ее расчета в функции от гранулометрического состава грунта.

В опытах использовались образцы как нарушенной, так и ненарушенной, естественной структуры грунтов. Согласно требованиям к планированию эксперимента, часть опытов выполнялась с использованием песчаных смесей. При приготовлении фракций применяли набор сит с диаметром отверстий 0,01; 0,025; 0,045; 0,056; 0,063; 0,09; 0,125; 0,315; 0,05; 0,63; 1,0; 1,25; 2,0; 3,0; 5,0. Смеси приготавливались в соответствии с кривыми гранулометрического состава, приведенными на рис.1 а, в зависимости от d_{10} и U согласно ГОСТ 12536-79. Плотность частиц грунта при этом составляла 2,64-2,66 г/см^3, плотность сложения сухого грунта изменялась от 1,5 до 1,86 г/см^3. Подробное изложение методики проведения опытов содержится в [2]. Значение n рассчитывали по формуле (1) в соответствии с планом эксперимента.

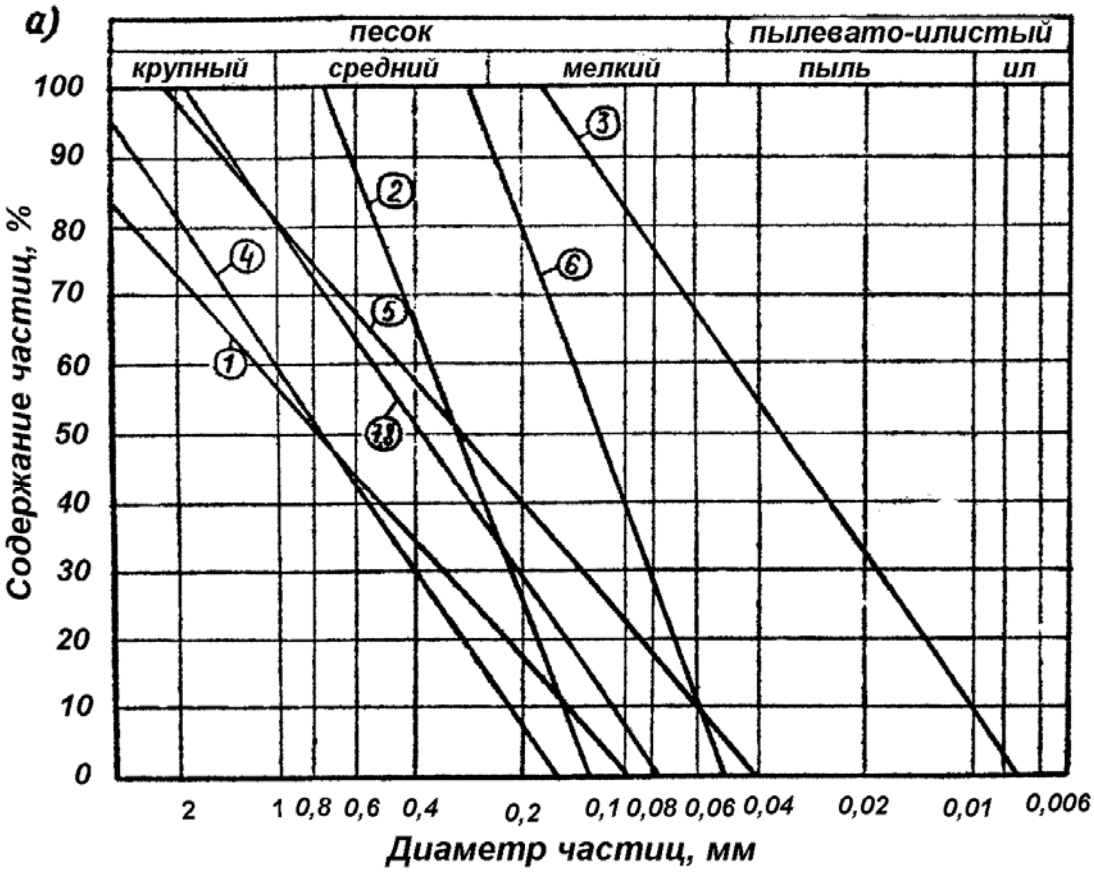
В табл. 1 приведены результаты эксперимента и уровни факторов в натуральном и кодовом значении.

Таблица 1

Результаты эксперимента и уровни факторов в натуральном и кодовом значении

Натуральные значения		Кодовые значения		n_{U1}	n_{U2}	n_{U3}	n_U	$S^2(n_U)*10^{-7}$
d_{10}	U	d_{10}	U					
0,16	7,6	0,5	0,866	0,2813	0,3078	0,2957	0,2949	1766,05
0,16	2,4	0,5	-0,866	0,3443	0,3436	0,3472	0,3453	37,5
0,01	5	-1	0	0,3996	0,3802	0,3658	0,3808	2894,0
0,21	5	+1	0	0,3202	0,3457	0,3208	0,3289	2117,7
0,06	7,6	-0,5	0,866	0,2962	0,3049	0,3094	0,3045	465,3
0,06	2,4	-0,5	-0,866	0,3546	0,3558	0,3418	0,3509	602,55
0,11	5	0	0	0,3290	0,3375	0,3306	0,3318	208,85
0,11	5	0	0	0,3185	0,3466	0,3308	0,3318	1984,65

Σ=10076,6



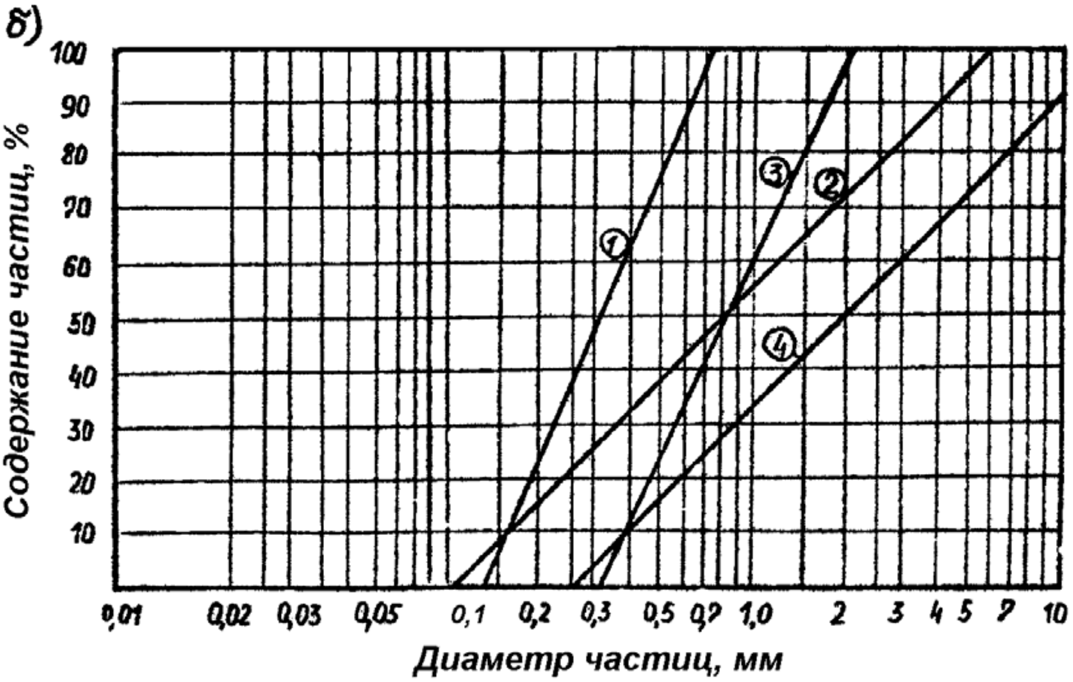


Рис 1. Кривые гранулометрического состава исследуемых грунтов

а) для плана второго порядка (композиционный, симметричный, ротатабельный, симплексно-суммируемый план на шестиугольнике);

б) для плана первого порядка (полный факторный эксперимент)

Здесь d_{10} –диаметр частиц, меньше которых в грунте находится 10% по массе, мм;

$U = d_{60}/d_{10}$ – коэффициент неоднородности грунта;

d_{60} – диаметр частиц, меньше которых в грунте находится 60% по массе, мм.

В качестве математической модели использовали полином второго порядка вида

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x + b_{11}x^2_1 + b_{22}x^2_2 . \qquad (4)$$

Согласно плану эксперимента было проведено в трехкратной повторности восемь опытов в случайном порядке, применяя рендомизацию с помощью таблиц случайных чисел.

Среднее значение $\bar{n}_U$ и дисперсию параллельных опытов $S^2_{(nU)}$ рассчитывали по формулам:

$$\bar{n}_U = \frac{1}{r}\sum_{v=1}^{r} n_{UV}\ , \qquad (5)$$

$$S^2(\bar{n}_U) = \frac{1}{r-1}\sum_{V=1}^{r}(n_{UV} - \bar{n}_U)^2, \qquad (6)$$

где r – повторность опытов, r = 3.

Однородность полученных дисперсий проверяли по критерию Кохрена:

$$\sigma_P = \frac{S^2(\bar{n}_U^{\max})}{\sum_{U=1}^{N} S^2_{(\bar{n}U)}} = \frac{2894 * 10^{-7}}{10076,6 * 10^{-7}} = 0,287 \ . \qquad (7)$$

Так как расчетное значение σ_p меньше табличного, табл. = 0,561 соответственно для r-1 = 2 и N = 7 степеней свободы и уровне значимости α = 0,05, то гипотеза об однородности дисперсий принимается.

Дисперсия воспроизводимости эксперимента равна:

$$S^2_{(n\bar{U})} = \frac{1}{N}\sum_{U=1}^{N} S^2_{(\bar{n})} = \frac{10,076 * 10^{-4}}{8} = 1,26 * 10^{-4}\ , \qquad (8)$$

Средняя квадратическая ошибка составила:

$$S_{(n)} = \sqrt{S^2_{(\bar{n})}} = \sqrt{1,26*10^{-4}} = 1,12*10^{-2}, \qquad (9)$$

Для принятого плана эксперимента коэффициенты полинома второго порядка находили по формулам [3].

$$b_0 = 0,5\sum_{U=1}^{N}\bar{n}_U + (-0,5)\sum_{U=1}^{K}\sum_{U=1}^{N} X^2{}_{UI}\,\bar{n}_U, \qquad (10)$$

$$b_{ii} = (-0,5)\sum_{U=1}^{N}\bar{n}_U + 0,667\sum_{U=1}^{N} X^2{}_{UI} * \bar{n}_U + 0,333\sum_{U=1}^{K}\sum_{U=1}^{N} X^2{}_{UI} * \bar{n}_U, \qquad (11)$$

$$b_i = 0,333\sum_{U=1}^{N} X_{UI} * \bar{n}_U\ , \qquad (12)$$

$$b_{iJ} = 1{,}333 \sum_{U=1}^{N} X_{UI} * X_{UJ} * \bar{n}_U, \qquad (13)$$

В табл. 2 приведена матрица плана эксперимента и результаты промежуточных расчетов по определению коэффициентов уравнения регрессии.

Таблица 2

Матрица эксперимента и результаты промежуточных расчетов

X_1	X_2	$X_1 X_2$	X_1^2	X_2^2	n_U	$X_1 n_U$	$X_2 n_U$	$X_1 X_2 n_U$	$X_1^2 n_U$	$X_2^2 n_U$
0,866	0,5	0,433	0,75	0,25	0,2943	0,2549	0,1472	0,1274	0,2207	0,0736
-0,866	0,5	-0,433	0,75	0,25	0,3453	-0,2990	0,1726	-0,1495	0,2590	0,0863
0	-1	0	0	1	0,3808	0	-0,3808	0	0	0,3808
0	+1	0	0	1	0,3289	0	0,3289	0	0	0,3289
0,866	-0,5	-0,433	0,75	0,25	0,3045	0,2637	-0,1522	-0,1318	0,2284	0,0761
-0,866	-0,5	0,433	0,75	0,25	0,3509	-0,3039	-0,1754	0,1519	0,2632	0,0877
0	0	0	0	0	0,3318	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,3318	0	0	0	0	0
				Σ	2,6683	-0,0843	-0,0597	-0,002	0,9713	1,0334

$$b_0 = 0{,}5*2{,}6683 – 0{,}5* (0{,}9713 +1{,}0334) = 0{,}3318.$$

$$b_{11} = -0{,}5 * 2{,}6683 + 0{,}667 * 0{,}9713 +0{,}333 (0{,}9713 + 1{,}0334) = – 0{,}01872.$$

$$b_{22} = -0{,}5 * 2{,}6683 + 0{,}667 * 1{,}0334 +0{,}333 (0{,}9713 + 1{,}0334) = – 0{,}02269.$$

$$b_1 = 0{,}333 * (-0{,}0843) = – 0{,}02807.$$

$$b_2 = 0{,}333 * (-0{,}0597) = – 0{,}01988.$$

$$b_{12} = 1{,}333 * (-0{,}002) = – 0{,}00267.$$

С учетом всех коэффициентов уравнение регрессии в кодированных переменных принимает вид:

$$n_p=0{,}3318–0{,}02807X_1–0{,}01988X_2–0{,}00267X_1X_2–0{,}01872X_1^2+0{,}02269 X_2^2, \qquad (14)$$

Статистическую значимость коэффициентов проверяли с помощью t – критерия (критерия Стьюдента) при уровне значимости α = 0,05. Критическое значение $t_{кр}$ выбирали для числа степеней свободы N (r-1) =16 и P = 0,95 [3].

С учетом статистически значимых коэффициентов уравнение регрессии в кодированных переменных приводится к виду:

$$n_p = 0{,}3318 – 0{,}0281X_1 – 0{,}0199X_2 – 0{,}0187X_1^2 +0{,}0227X_2^2, \qquad (15)$$

После раскодирования переменных уравнение регрессии принимает вид:

$$n = 0{,}376 – 0{,}698d_{10} + 0{,}0114U + 2{,}27d_{10}^2 – 0{,}002U^2, \qquad (16)$$

В табл. 3 представлены результаты расчета дисперсии адекватности уравнения регрессии с учетом коэффициента b_{12} и без него (коэффициент b_{12} статистически незначим при α =0,05).

Таблица 3

Проверка адекватности модели

$\bar{n}_U$	Все коэффициенты		Без коэффициента b_{12}	
	n_{pU}	$(n_{PU} - \bar{n}_U)^2 *10^{-5}$	n_{pU}	$(n_{PU} - \bar{n}_U)^2 *10^{-5}$
0,2943	0,2880	3,97	0,2892	2,60
0,3453	0,3390	3,97	0,3378	5,62
0,3808	0,3744	4,10	0,3774	4,10
0,3289	0,3346	3,25	0,3346	3,25
0,3045	0,3103	3,36	0,3092	2,21
0,3509	0,3565	3,14	0,3578	4,76
0,3318	0,3318	0	0,3318	0
0,3318	0,3318	0	0,3318	0
		$\Sigma = 21{,}79*10^{-5}$		$\Sigma = 22{,}54 *10^{-5}$

Для проверки гипотезы об адекватности модели использовали F – (критерий Фишера-Снедокора для степеней свободы $f_{ад} = N - \lambda - 1$, где λ – число значимых коэффициентов в уравнении регрессии).

Дисперсию адекватности уравнения определяли по формуле:

$$S^2{}_{АД} = \frac{r\sum_{U=1}^{N}(n_{PU} - \bar{n}_U)^2}{N - \lambda - 1} = \frac{3*22{,}54*10^{-5}}{7-5} = 3{,}38*10^{-4}. \qquad (17)$$

Значение F- составило:

$$F_P = \frac{S_{АД}}{S^2(n_U)} = \frac{3{,}38*10^{-4}}{1{,}26*10^{-4}} = 2{,}68. \qquad (18)$$

Расчетное значение F_P сравнивали с табличным соответственно для степеней свободы $f_{ад}$ =2, f_E = 16 и уровне значимости (коэффициент надежности) α =0,05. Fтабл. = 3,6. Так как F_p < Fтабл, то уравнение адекватно при коэффициенте надежности α =0,05. Зависимость (16) применима при $0{,}01 \le d_{10} \le 0{,}16$ и $2 \le U \le 8$.

Для определения n средне и крупнозернистых песчаных грунтов реализован полный факторный эксперимент (П Ф Э) типа 2^K [4, 5]. В опытах использовались песчаные грунты в соответствии с кривыми гранулометрического состава, приведенными на рисунке 1.б. В табл. 4 приведены результаты эксперимента и уровни факторов в натуральном и кодовом значении.

Таблица 4

Результаты эксперимента и уровни факторов в натуральном и кодовом значении

$U = \frac{d_{60}}{d_{10}}$	d_{10}	$X_1 = \frac{U-5}{2{,}6}$	$X_2 = \frac{d_{10} - 0{,}27}{0{,}11}$	n_1	n_2	n_3	n	$S^2_{(nn)}10^{-7}$
2,4	0,16	-1	-1	0,3443	0,3436	0,3472	0,3453	37,5
7,6	0,16	+1	-1	0,2813	0,3078	0,2957	0,2943	1766,05
2,4	0,38	-1	+1	0,3318	0,3362	0,3573	0,3418	1858,05
7,6	0,38	+1	+1	0,2814	0,3187	0,3403	0,3135	8878,45

Σ =12540,05

В качестве математической модели использовали полином первого порядка вида:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 . \qquad (19)$$

Согласно плану эксперимента было проведено в трехкратной повторности четыре опыта.

Среднее значение $\bar{n}_U$ и дисперсию параллельных опытов S^2 (n_U) определяли по формулам (5),(6).

Для определения возможности проведения регрессионного анализа по критерию Кохрена рассчитывали однородности полученных дисперсий проведенных опытов:

$$G_P = \frac{S^2(n_U)^{\bar{}\max}}{\sum_{U=1}^{N} S^2(\bar{n}_U)} = \frac{8878{,}45*10^{-7}}{12540{,}05*10^{-7}} = 0{,}708. \qquad (20)$$

Расчетное значение критерия G_P сравнивали с табличным для степеней свободы $f_1 = r-1 = 2$ и $f_2 = N = 4$ и уровне значимости α =0,05. $G_{ТАБЛ.} = 0{,}77 > 0{,}708$.

Следовательно гипотеза об однородности дисперсий проведенных опытов не отвергается, что позволило определить дисперсию воспроизводимости и ошибку эксперимента соответственно:

$$S^2{}_{(nU)} = \frac{1}{N}\sum_{U=1}^{N} S^2{}_{(\bar{n}U)} = \frac{12540{,}05*10^{-7}}{4} = 3{,}14*10^{-4}, \qquad (21)$$

$$S_{(n\bar{U})} = \sqrt{S^2{}_{(\bar{n}U)}} = \sqrt{3{,}14*10^{-4}} = 1{,}77*10^{-2}. \qquad (22)$$

Для принятого плана факторного эксперимента (П Ф Э) коэффициенты полинома первого порядка находили по формулам [4]:

$$Q_i = \frac{1}{N}\sum_{U=1}^{N} X_{iU} n_U , \qquad (23)$$

$$Q_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{U=1}^{N} X_{iU} Xj_U \bar{n}_U , \qquad (24)$$

Проверка статистической значимости коэффициентов выполнялась по t- критерию (Стьюдента) при доверительной вероятности P = 0,95.

Критическое значение $t_{кр}$ выбирали для числа степеней свободы N (r-1)= 4 – (3-1) [3,4].

$$t_{гр} = \frac{Q_I}{S(\bar{n})} , \qquad (25)$$

$$ti_0 = \frac{0{,}3237}{0{,}0177} = 18{,}29, \quad ti_1 = \frac{0{,}0198}{0{,}0177} = 1{,}12, \quad ti_2 = \frac{0{,}0039}{0{,}0177} = 0{,}22, \quad ti_{12} = \frac{0{,}0057}{0{,}0177} = 0{,}32.$$

После исключения статистически незначимого коэффициента Qi_2 уравнение в кодированных переменных приняло вид:

$$n = 0{,}3237 – 0{,}0198X_1 + 0{,}0057X_1X_2. \qquad (26)$$

После раскодирования переменных уравнение приводится к виду:

$$n = 0{,}3887 – 0{,}0997d_{10} – 0{,}013U + 0{,}0199d_{10}U. \qquad (27)$$

Таблица 5

Проверка адекватности модели

$\bar{n}_U$	Без коэффициента Q_2	
	n_{pU}	$(n_{pU} - \bar{n}_U)^2 *10^{-5}$
0,3453	0,3492	1,521
0,2943	0,2982	1,521
0,3418	0,3378	1,60
0,3135	0,3095	1,60

$\Sigma = 6{,}242 *10^{-5}$

$$S^2_{\text{АД}} = \frac{r\sum_{i=1}^{N}(n_{PU} - \bar{n})^2}{N-\lambda-1} = \frac{3*6{,}242*10^{-5}}{4-2-1} = 18{,}726*10^{-5}, \qquad (28)$$

$$F_P = \frac{S^2_{\text{АД}}}{S^2(\bar{n}_U)} = \frac{18{,}726*10^{-5}}{31{,}4*10^{-5}} = 0{,}596. \qquad (29)$$

$F_p < F_т = 5{,}3$. Следовательно гипотеза об адекватности модели при принятом уровне значимости не отвергается. Зависимость (27) применима при $0{,}16 \le d_{10} \le 0{,}5$ и $2 \le U \le 8$ и адекватна при $\alpha = 0{,}05$.

Говоря о коэффициенте предельной (максимальной) водоотдачи, полной и наименьшей влагоемкостях [6, 7], нельзя не сказать и об эффективной пористости.

Под эффективной, или активной пористостью понимают часть площади поперечного сечения поровых каналов, занятую движущейся водой, выраженную в долях от общей площади. Таким образом, эффективная пористость представляет собой динамическую характеристику грунта.

Из определения эффективной пористости вытекает, что численно она равна разности между пористостью и наименьшей влагоемкостью т. е.

$$n_{эф} = n – w_0. \qquad (30)$$

Значения w_0 рассчитывали по формулам [6]:

$$w_0 = 0{,}3474 – 0{,}011U – 3{,}651d_{10} + 0{,}075d_{10} U + 9{,}94d_{10}^2, \qquad (31)$$

при $0{,}01 \le d_{10} \le 0{,}16$ и $2 \le U \le 8$

$$w_0 = 0{,}0239 – 0{,}00027 U – 0{,}0385 d_{10} + 0{,}0077 d_{10}U. \qquad (32)$$

при $0{,}16 \le d_{10} \le 0{,}5$ и $2 \le U \le 8$

В табл. 6 приведена матрица плана эксперимента и результаты промежуточных расчетов по определению коэффициентов уравнения регрессии $n_{эф}$.

Таблица 6

Матрица эксперимента и результаты промежуточных расчетов

X_1	X_2	$X_1 X_2$	X_1^2	X_2^2	$n_{эф\,U}$	$X_1 n_{эф\,U}$	$X_2 n_{эф\,U}$	$X_1X_2 n_{эф\,U}$	$X_1^2\, n_{эфU}$	$X_2^2\, n_{эфU}$
0,866	0,5	0,433	0,75	0,25	0,2683	0,2323	0,1342	0,1162	0,2012	0,0671

-0,866	0,5	-0,433	0,75	0,25	0,3172	-0,2747	0,1586	-0,1373	0,2379	0,0793
0	-1	0	0	1	0,1153	0	-0,1153	0	0	0,1153
0	+1	0	0	1	0,2934	0	0,2934	0	0	0,2934
0,866	-0,5	-0,433	0,75	0,25	0,1984	0,1718	-0,0992	-0,0859	0,1488	0,0496
-0,866	-0,5	0,433	0,75	0,25	0,2092	-0,1812	-0,1046	0,0906	0,1569	0,0523
0	0	0	0	0	0,2817	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,2817	0	0	0	0	0
				Σ	1,9652	-0,0518	-0,2671	-0,0164	0,7448	0,6947

Коэффиценты полинома второго порядка находили по формулам (10 -13).

С учетом значимых коэффициентов уравнение регрессии в кодированных переменных приводится к виду:

$$n_{эф}=0,2629–0,0173X_1+0,0889X_2–0,0217X_1X_2–0,0065X_1^2–0,0399X_2^2. \qquad (33)$$

После раскодирования переменных уравнение регрессии принимает вид:

$$n_{эф} = 2,1285 – 3,99d_{10}^2 – 0,0007U^2 +0,0092U – 0,0723 d_{10} + 0,0878 . \qquad (34)$$

при $0,01 \le d_{10} \le 0,16$ и $2 \le U \le 8$

Для определения $n_{эф}$ средне и крупнозернистых песков был реализован (П Ф Э) типа $2^К$ [4,5] и получено уравнение вида:

$$n_{эф}=0,3369 + 0,012d_{10} – 0,0102U + 0,00d_{10}U. \qquad (35)$$

при $0,16 \le d_{10} \le 0,5$ и $2 \le U \le 8$

Полученные расчетные зависимости (16, 27, 34, 35) имеют статистические критерии.

На основе применения методов математического планирования и анализа эксперимента разработаны алгоритм и вероятностно-статистические модели для расчета общей и эффективной пористостей минеральных грунтов легкого механического состава в функции от их гранулометрического состава. Погрешность расчетов по ним не превышает 10%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Климентов, П.П. Общая гидрогеология / П.П. Климентов. – Госгеолтехиздат, 1980. – 303 с.

2. Методические указания по определению водно-физических свойств почвогрунтов мелиорированных земель. / БелНИИМиВх; [Сост.: Афанасик Г.И., Лундин К.П.]. Минск: БелНИИМиВх. 1973-82 с.

3. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей: справ. издание / В.З. Бродский [и др.]. – М.: Металлургия, 1982. – 752 с.

4. Планирование и анализ экспериментов при решении задач трения и износа / Ю.А. Евдокимов– М.: Наука, 1980. – 230 с.

5. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю П. Адлер [и др.]. – М.: Наука, 1976. – 279 с.

6. Жибуртович, К. К. Количественная оценка водоотдачи минеральных грунтов легкого механического состава / К. К. Жибуртович //Осушительные и осушительно-увлажнительные системы – Мн: БелНИИМиВх, 1986. – С. 117-123.

7. Жибуртович, К. К. Расчет наименьшей и полной влагоемкостей легких минеральных почв / К. К. Жибуртович // Управление водным режимом мелиорированных земель – Мн: БелНИИМиВх, 2001. – С.118-126.

TO THE QUESTION ABOUT METHODS OF CALCULATION SOIL POROSITY

K.K. Zhiburtovich, M.M. Zhishkevich, V.N. Jednach, P.V. Avramenko

Summary

On the basis of application of methods of mathematical planning and the analysis of the experiment is developed the following: algorithm and probabilistic-statistical models for calculation of the general and effective porosities of mineral soil with light mechanical structure in function of its granulometric structure.

Поступила 7 апреля 2009 г.